

## 003. ESTRATEGIA PARA SOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS APLICANDO EL METODO POLYA

### Autor:

Mgs. Marco Antonio Jara Riofrío  
Docente titular  
Facultad de Ingeniería en Sistemas y Telecomunicaciones  
Universidad Ecotec - ECUADOR  
mjara@ecotec.edu.e

"Lo que sabemos es una gota de agua; lo que ignoramos es el océano".

Isaac Newton (1642-1727)

### RESUMEN

Este trabajo de investigación, tiene como objetivo definir los pasos para aplicar el método Poyla, en la resolución de problemas matemáticos en la Universidad ECOTEC, y así los estudiantes logren desarrollar las competencias cognitivas para que a su vez adquieran capacidades constructivas e innovadoras.

El documento consta de dos grandes apartados, en el primero se analiza la importancia del aprendizaje de las matemáticas y las tecnologías de aprendizaje, además se analiza la importancia y aplicación del método Poyla; en segundo informa los pasos a seguir e implementación del mismo.

La metodología utilizada es una investigación documental, a partir de la recopilación bibliográfica para fundamentar la relación entre la productividad y el crecimiento económico.

Además, presentar la noción de heurística a través del trabajo de Poyla, y así poder aplicar en la resolución de problemas matemáticos, presentando el método general de los cuatro pasos.

**Palabras claves:** Actividades lúdicas, heurísticas, competencias cognitivas, matemáticas.

### Abstract

This research work aims to define the steps to apply the Poyla method in solving mathematical problems at the ECOTEC University, so that students can develop cognitive skills so that they acquire constructive and innovative skills.

The document consists of two large sections, the first discusses the importance of learning mathematics and learning technologies, also discusses the importance and application of the Poyla method; in the second it informs the steps to follow and its implementation.

The methodology used is a documentary research, based on the bibliographic compilation to establish the relationship between productivity and economic growth.

In addition, present the notion of heuristics through the work of Poyla, and thus be able to apply in solving mathematical problems, presenting the general method of the four steps.

**Keywords:** Playful activities, heuristics, cognitive skills, mathematics.

## INTRODUCCION

Los ambientes educativos actuales se encuentran en constante evolución debido a las preocupaciones del uso e incorporación de nuevas estrategias y métodos heurísticos, con el objetivo de motivar al estudiante a desarrollar la capacidad de resolver problemas y tener un mejor aprovechamiento.

El proceso tecnológico requiere que los estudiantes que se forman en la educación superior, estén en capacidad de competir a nivel nacional e internacional para poder enfrentar al proceso de globalización, para lo cual es necesario que se formen en la educación superior, sean competitivos en el ámbito nacional e internacional para hacer frente al proceso de globalización y una forma de lograrlo es propiciando su sólida formación en las ciencias básicas.

Para ello es necesario cambiar la forma en que se han venido enseñando, de manera particular, la Matemática, con la intención de que los estudiantes tengan la capacidad de ser creativos, innovadores y razonar en torno a la solución de problemas con comportamiento profesional.

En la academia, actualmente a pesar de la inserción de herramientas tecnológicas en el aula, los estudiantes no reconocen la importancia que reviste para sus carreras la utilización de herramientas para el análisis de situaciones reales y propias de su profesión.

La calidad de un programa académico a utilizar dependerá en gran medida de la preparación de los docentes y métodos utilizados de enseñanza, además del compromiso del estudiante en su formación. La responsabilidad es compartida en la construcción de modelos de enseñanza, requiriendo de esfuerzos y alternativas que permitan profundizar en el conocimiento de la problemática y hacer de la práctica docente, un espacio de reflexión sobre el saber adquirido.

Las dificultades que se presentan a nivel universitario, cada vez son más los investigadores preocupados en una solución factible, convirtiéndose actualmente en un problema a nivel mundial; a su vez muchos de esos trabajos han estado dirigidos de una u otra forma al uso de la tecnología como medio para la enseñanza de la matemática a nivel universitario.

En relación a esto (Almenara, 2007),(p.2)afirma que

“Las tecnologías son un bastión fundamental en los nuevos escenarios de interacción social, donde los entornos educativos están en continua transformación; por

consiguiente, se requiere de un análisis crítico al uso que se les dará a las tecnologías en el ámbito educativo, en busca de involucrar de una manera óptima las mismas, definiendo claramente los criterios de su implementación y buen uso.”

Los ambientes educativos actuales se encuentran en constante evolución debido a las preocupaciones del uso e incorporación de nuevas estrategias y métodos heurísticos, con el objetivo de motivar al estudiante a desarrollar la capacidad de resolver problemas y tener un mejor aprovechamiento.

(Salinas & Alanís, 2009), sobre la base de una amplia revisión de estudios que se han hecho acerca del aprendizaje del CDI a nivel mundial en los últimos treinta años, aseveran que en general existen elevados índices de reprobación, un aprendizaje sin comprensión y una actitud negativa hacia el aprendizaje de esta ciencia.

Desde el análisis antropológico en Didáctica de las Matemáticas que Chevallard ha desarrollado (Godino, 2010) manifiesta que: el punto de partida es considerar la actividad matemática, y la actividad de estudio de las matemáticas en el conjunto de las actividades humanas y de las instituciones sociales. En los comienzos de la teoría antropológica se introduce como nociones técnicas las de objeto, sujetos, instituciones y relaciones personales e institucionales a los objetos. Se supone que estos objetos existen porque hay “actividad”, es decir trabajo humano, del que todos los objetos son emergente

El artículo está basado en dos períodos didácticos desarrollados por Chevallard. El primer período es cuando el estudiante se pone en contacto con el objeto de estudio en cuestión, viendo la necesidad de empezar una organización matemática, también puede ser un momento de encuentro con objetos que trató antes y aparecen de nuevo en una tarea diferente. El segundo momento es el de la investigación, donde se busca una técnica para resolver una tarea matemática que se presenta por primera vez, es necesario buscar la manera de realizar, para lo cual se debe investigar la técnica. En este sentido se resalta en la inteligencia creativa, se precisa que la creatividad es subjetiva, influye en los valores y virtudes personales, siempre y cuando en el momento de enseñarla esté enfocada positivamente.

(Yadira ÁLVAREZ, 2010), (p.227) señalan que “En la actualidad, las matemáticas son el soporte insustituible de los avances tecnológicos y comunicacionales de una sociedad altamente tecnificada, que exige un especial esfuerzo de formación y preparación de sus miembros”.

En tal sentido (Pereira, Características de una clase de derivada no convencional, 2013), asevera que cada día se aplica mayor las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el medio educativo obliga a docentes y estudiantes a prepararse de forma más eficiente. Sin embargo, estudios internacionales como (PISA, 2012),(p.18) El director de Educación de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), el alemán Andreas Scheicher, principal responsable del informe de PISA, asevera “La calidad de la educación nunca será mejor que la calidad de los profesores” , la clave está en “empoderar a los profesores para lideren esta transformación; pero eso solo puede ocurrir si saben lo que se espera de ellos y reciben el apoyo necesario para enseñar con eficacia”. Además, para la implementación de un modelo de enseñanza exitoso se debe basar en “La autonomía

profesional como una cultura colaborativa, creando las condiciones para el óptimo aprendizaje estudiantil”.

Esto se confirma de cierta forma, cuando (Martínez, 2011), dice que Rowe en su libro *Creative Intelligence*, propone que: la inteligencia creativa es una combinación de elementos subjetivos que van desde una combinación del carácter, forma de percibir la realidad, modo de procesar la información, valores personales del individuo, reacción ante diferentes situaciones, destacando qué hacemos y cómo lo conseguimos. Es importante analizar desde el punto de vista de las actividades lúdicas, se asume las posiciones de (TATIANA GÓMEZ RODRÍGUEZ, 2015), los que afirman que la actividad lúdica fomenta el desarrollo psicosocial, la conformación de la personalidad, evidencia valores, puede orientarse a la adquisición de saberes, encerrando una amplia gama de actividades donde interactúan el placer, el gozo, la creatividad y el conocimiento. Esto demuestra que la lúdica, influye en el desarrollo de la creatividad de los estudiantes en la educación.

El planteamiento y la resolución de problemas son puntos primordiales en la educación matemática, y son además partes importantes de la formación integral de los estudiantes, pues alientan el desarrollo de estructuras de la inteligencia creativa, flexible y desarrolladora. Por ello, en la educación general básica es necesario promover las actividades lúdicas de manera que los estudiantes desarrollen la inteligencia creativa, en aras de facilitar la resolución de problemas matemáticos.

## **DESARROLLO**

### **Método Poyla. Origen**

(Miller, 2010) George Polya nació en Hungría en 1887. Logró su doctorado en la Universidad de Budapest y en su razonamiento para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fue maestro en el Instituto Tecnológico Federalen Zurich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942.

En sus estudios, realizó un análisis sobre los procedimientos y resultados prácticos de las derivadas matemáticas. Señaló que, para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza destaca que el proceso de descubrimiento es simplemente un desarrollo de ejercicios adecuados.

(Poyla, *How to Solve It A New Aspect of Mathematical Method*, 2014) En el trabajo de Polya, el estudio de la heurística tiene por objetivo entender el proceso para resolver problemas, en particular las operaciones mentales que son útiles en este proceso. Para este fin, toma en cuenta aspectos de índole lógico como de orden psicológico. Uno de sus evidencias se basa de la heurística, en la experiencia de resolver problemas, y en ver cómo otros lo hacen; y es ahí, donde los problemas de cálculo matemático debieran ser más analíticos discutiendo la problemática de la solución del problema en particular.

En las investigaciones el estudio de la heurística tiene como objetivo entender y aplicar procedimientos para resolver problemas, tomando como énfasis que las operaciones mentales son útiles en el proceso. Para este fin, toma en cuenta aspectos de índole lógico como de orden psicológico. Uno de sus explicaciones se basa de la heurística,

en la experiencia de resolver problemas, y en ver cómo otros lo hacen analíticos discutiendo la problemática de la solución del problema en particular. Determinado una premisa (Aliseda, 2012) “ Si tomas una conclusión heurística como certeza, podrás equivocarte y sentirte engañado; pero si rechazas totalmente las conclusiones heurísticas, no harás ningún progreso”

Su famoso libro (Pólya, How to Solve It A New Aspect of Mathematical Method, 2014) *Cómo Plantear y Resolver Problemas*, se ha traducido a 15 idiomas, introduce su método de cuatro pasos junto con la heurística y estrategias específicas útiles en la solución de problemas. enriqueció a las matemáticas con un importante legado en la enseñanza de estrategias para resolver problemas. En suma, dejó los siguientes “Diez Mandamientos para los docentes de Matemáticas”:

- 1.- Interésese en su materia.
- 2.- Conozca su materia.
- 3.- Trate de leer las caras de sus estudiantes; trate de ver sus expectativas y dificultades; póngase usted mismo en el lugar de ellos.
- 4.- Dese cuenta que la mejor manera de aprender algo es descubriéndolo por uno mismo.
- 5.- Dé a sus estudiantes no sólo información, sino el conocimiento de cómo hacerlo, promueva actitudes mentales y el hábito del trabajo metódico.
- 6.- Permítales aprender a conjeturar.
- 7.- Permítales aprender a comprobar.
- 8.- Advierta que los rasgos del problema que tiene a la mano pueden ser útiles en la solución de problemas futuros: trate de sacar a flote el patrón general que yace bajo la presente situación concreta.
- 9.- No muestre todo el secreto a la primera: deje que sus estudiantes hagan sus conjeturas antes; déjelos encontrar por ellos mismos tanto como sea posible.
- 10.- Sugiera; no haga que se lo traguen a la fuerza.

(Silva, 2006) “La matemática es en muchos sentidos la más elaborada y compleja de las ciencias. Es el Gran Diccionario Enciclopédico, una escala para lo místico, así como el pensamiento racional en el ascenso intelectual del hombre. Una de las mejores herramientas para las demás disciplinas científicas”

### **Etapas del Método Pólya**

(López Serentill, 2010)“Pese a los años que han pasado desde la creación del método propuesto por Pólya, hoy día aún se considera como referente de alto interés acerca de la resolución de problemas. Las cuatro fases que componen el ciclo de programación concuerdan con los pasos descritos por Pólya para resolver problemas matemáticos”

Este método está orientado a la solución de problemas matemáticos, por ello se considera importante señalar alguna distinción entre “ejercicio” y “problema”. Para resolver un ejercicio, se aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para solucionar un problema, es necesario realizar una pausa, reflexionar y se puede analizar procedimientos, que no se habían realizado anteriormente con el objetivo de encontrar la solución.

Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es importante aclarar que este estilo no es absoluto; depende en gran medida del estado mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución. Para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta. Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Ayuda a asimilar conceptos, propiedades y procedimientos -entre otras cosas, los cuales se podrán aplicar cuando se deban resolver problemas.

El trabajo del Docente de Cálculo, no solo abarca revelar los conjuntos numéricos y la relación entre ellos, porque el aprendizaje de esta área y la aplicación práctica de la misma, cuando el maestro se da cuenta del bajo rendimiento académico y analiza que los estudiantes pueden resolver los problemas propios de su contenido, según (Pérez, 2009), (p.59) afirma “ que presentar dificultades en una asignatura, no quiere decir que tenga dificultades específicas de aprendizaje”, pueden ser por diferentes causas, sin embargo no hay que menospreciar la existencia de algún problema cognitivo por una anomalía neuroevolutiva.

(Poyla, How to solve it. A New Aspect Of Mathematical Method, 1971) Plantea el hecho de resolver problemas como un proceso metódico en que el estudiante utiliza su razonamiento en la búsqueda de una situación problemática, permitiendo determinar un plan de acción para obtener un resultado correcto, y así conseguir una estrategia para definir como se debe enseñar y resolver los problemas de cálculo matemático

A pesar de que los estudios de Polya no son sistemáticos ni teóricos, sino más bien a través de observaciones particulares, comentarios sobre estrategias heurísticas y multitud de ejemplos, desde su libro "Cómo resolverlo" se identifica un método general, (Poyla, How to solve it. A New Aspect Of Mathematical Method, 1971) propone un propone reglas lógicas plausibles y generalizadas que guían la solución de problemas. Involucra a los estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos:

1. Entender el problema.
2. Configurar un plan
3. Ejecutar el plan
4. Mirar hacia atrás

### **Paso 1: Entender el Problema.**

Este primer paso trata de imaginarse el lugar, las personas, los datos, el problema. Para eso, hay que leer bien, replantear el problema con sus propias palabras, reconocer la información que proporciona, hacer gráficos, tablas. A veces se tiene que leer más de una vez.

Consiste en conocer los datos y la incógnita. Propone una serie de preguntas para poder comprender el problema. Responder una pregunta que no fue entendida hace pasar situaciones desagradables y por lógica no habría razón alguna para continuar en ella. Este tipo de errores es una constante dentro y fuera del ámbito educativo. El educador por antonomasia, como guía y orientador debe vigilar que no se produzca una situación similar en el aula. Para mantener el interés, se debe escoger el problema respetando la edad, madurez y contexto del estudiante. Para verificar y asegurar que

el problema fue comprendido es recomendable solicitar la explicación del problema con sus propias palabras. Además, deberá saber segmentar el problema reconociendo las partes significativas de este problema. La interpretación del problema facilitará encontrar la incógnita, seleccionar los datos y comprender la condición. El estudiante tendrá una idea clara si determina qué es lo que se pide en el problema, con qué elementos se cuenta, qué hace falta, qué similitud encuentra con otros problemas planteados (MINEDU, 2012)

- 1.- ¿Entiendes todo lo que dice?
- 2.- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- 3.- ¿Distingues cuáles son los datos?
- 4.- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- 5.- ¿Hay suficiente información?
- 6.- ¿Hay información extraña?
- 7.- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

## **Paso 2: Configurar un Plan.**

Es la parte significativa Es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas. Una vez comprendida a la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella, es necesario abordar cuestiones como para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado, qué puede calcularse a partir de ellos, qué operaciones utilizar y en qué orden se debe proceder:

- a) Ensayo y Error (conjeturar y probar la conjetura).
- b) Usar una variable.
- c) Buscar un patrón.
- d) Hacer una lista.
- e) Resolver un problema similar más simple.
- f) Hacer una figura.
- g) Hacer un diagrama.
- h) Usar razonamiento directo.
- i) Usar razonamiento indirecto.
- j) Usar las propiedades de los números.
- k) Resolver un número equivalente.
- l) Trabajar hacia atrás.
- m) Usar caso.
- n) Resolver una ecuación.
- o) Buscar una fórmula.
- p) Usar un modelo.
- q) Usar un análisis dimensional.
- r) Identificar sub-metas.
- s) Usar coordenadas.
- t) Usar simetría.

### **Paso 3: Ejecutar el Plan.**

Se pone en práctica de cada uno de las operaciones diseñadas en la planificación. se debe considerar que el pensamiento en la resolución de problemas, no es lineal; existen siempre discordancias entre el diseño de un plan y su aplicación práctica. El plan aporta una línea general, se debe asegurar que los detalles se ajusten a esa línea, es necesario examinar cada uno de los detalles hasta que esté perfectamente claro. Si se ha inducido y explicado al estudiante a diseñar un plan, debe realizar satisfactoriamente, caso contrario insistir para que el estudiante verifique, compruebe y este seguro de la exactitud de cada paso.

En esta fase se realiza y controla el proceso de ejecución. Dentro de esta fase se tendrá en cuenta lo siguiente:

1. Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
2. Antes de hacer algo se debe pensar ¿Qué se consigue con esto? Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que se te prenda el foco cuando menos lo esperes!).
3. Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación, detallando lo que se hace y para qué se hace.
4. No tener miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.
5. Comprueba y verifica cada paso.

### **Paso 4: Revisión del Proceso.**

Es importante efectuar una revisión del proceso seguido, para analizar si es o no correcto el modo como se ha llevado a cabo la resolución. Es preciso contrastar el resultado obtenido para saber si efectivamente da una respuesta válida a la situación planteada, reflexionar sobre si se podía haber llegado a esa solución por otras vías, utilizando otros razonamientos. Algunas interrogantes son:

- a) ¿Es tu solución correcta?
- b) ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- c) ¿Adviertes una solución más sencilla?
- d) ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

(MARTINEZ, 2015) Comenta que según Pólya, en la solución de un problema los estudiantes aplican las cuatro operaciones mentales de manera flexible; esto quiere decir; que éstos pasos no se trabajan necesariamente en una secuencia lineal.



## Operaciones mentales planteadas por Polya



Para cada etapa se menciona una serie de preguntas que el estudiante se puede hacer, o de aspectos que debe considerar para avanzar en la resolución del problema, para utilizar el razonamiento heurístico, el cual se considera como las estrategias para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema, introducir elementos auxiliares en un problema, generalizar, especializar, variar el problema, trabajar hacia atrás.

Aunque los matemáticos reconocen en los trabajos de Polya actividades que ellos mismos realizan al resolver problemas, también plantean que las estrategias de pensamiento heurístico resultan demasiado abstractas y generales para el estudiante.

Alan Schoenfeld reconoce el potencial de las estrategias discutidas por Polya, pero dice que los estudiantes no las usan.

### Aplicación del método

Para aplicar el método Polya es necesario captar la mayor información de los procesos necesarios para resolver ejercicios y problemas de Cálculo matemático.

(Liliana Bronzina, 2009)(p.38) dice: "Durante la resolución de problemas debe esperarse que sean los alumnos los que tomen decisiones acerca de las formas de registrar y comunicar sus procedimientos"

Es importante según (SCHOENFELD, 1985) indica que para resolver los problemas matemáticos se debe considerar los siguientes factores:

- a) *El conocimiento de base*
  - b) *Las estrategias de resolución de problemas*
  - c) *Los aspectos metacognitivos*
  - d) *Los aspectos afectivos y el sistema de creencias*
  - e) *La comunidad de práctica La resolución de problemas exitosa requiere del conocimiento*
- a) El conocimiento de base (los recursos matemáticos) Para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una**

situación matemática (ya sea de interpretación o de resolución de problemas), se necesita saber cuáles son las herramientas matemáticas que tiene a su disposición: ¿qué información relevante para la situación matemática o problema tiene a mano?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

**b) Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas)** Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática, comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos:

*Primero: Comprender el problema:*

*Segundo: Diseñar un plan:*

*Tercero: Ponerlo en práctica*

*Cuarto: Examinar la solución:*

**c) Los aspectos metacognitivos** En el curso de una actividad intelectual, como, por ejemplo, la resolución de problemas, en algún momento se hace un análisis de la marcha del proceso. Monitorear y controlar el progreso de estas actividades intelectuales son, desde el punto de vista de la psicología cognitiva, los componentes de la metacognición.

**d) Los sistemas de creencias** Las creencias, concebidas como la concepción individual y los sentimientos que modelan las formas en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la matemática, comenzaron a ocupar el centro de la escena en la investigación en educación matemática, a partir de la última década.

**e) La comunidad de práctica** Un gran cuerpo de literatura emergente en los últimos años, considera al aprendizaje matemático como una actividad inherentemente social (tanto como cognitiva), y como una actividad esencialmente constructiva, en lugar de receptiva.

Para lo cual es importante asumir una estrategia, donde el estudiante se dé cuenta que no existe una sola estrategia, para la resolución de problemas, sino que se debe aplicar diferentes tácticas para la solución de los mismos

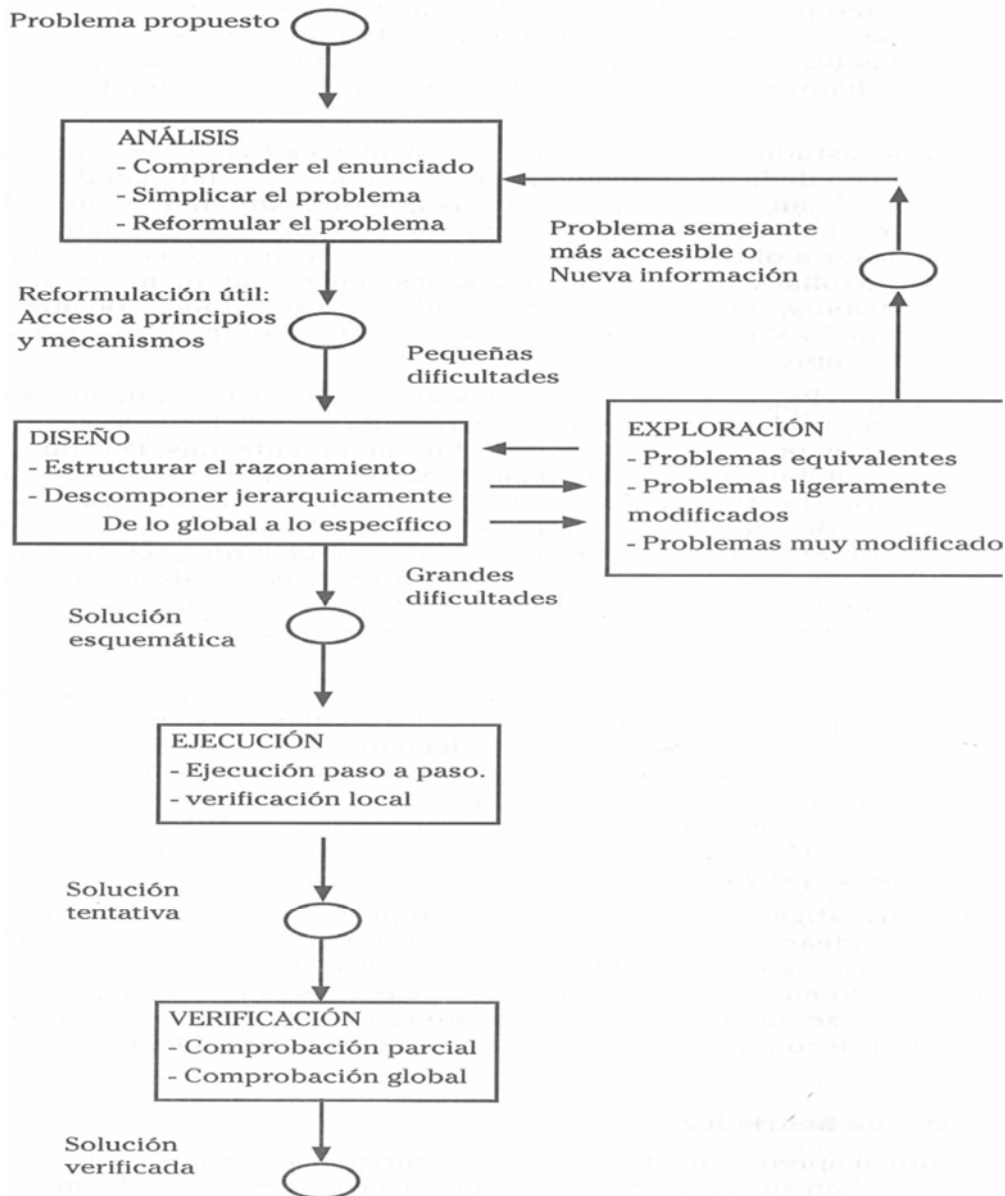
(Poggioli, 1999)(p.9) entre los procedimientos heurísticos generales, se debe realizar:

- *Trabajar en sentido inverso (working backwards).* Este procedimiento implica comenzar a resolver el problema a partir de la meta o metas y tratar de transformarlas en datos, yendo de la meta al principio. El procedimiento heurístico es utilizado en geometría para probar algunos teoremas; se parte del teorema y se trabaja hacia los postulados. Es útil cuando el estado-meta del problema está claro y el inicial no.
- *Subir la cuesta (hill climbing).* Este procedimiento consiste en avanzar desde el estado actual a otro que esté más cerca del objetivo, de modo que la persona que resuelve el problema, al encontrarse en

un estado determinado, evalúa el nuevo estado en el que estará después de cada posible movimiento, pudiendo elegir aquel que lo acerque más al objetivo. Este tipo de procedimiento es muy utilizado por los jugadores de ajedrez

• *Análisis medios-fin (means-ends analysis).* Este procedimiento permite al que resuelve el problema trabajar en un objetivo a la vez. Consiste en descomponer el problema en subtemas, escoger una para trabajar, y solucionarlas una a una hasta completar la tarea eliminando los obstáculos que le impiden llegar al estado final.

El procedimiento que se propone seguir para la aplicación de la estrategia de Poyla es el siguiente esquema:



Según (Barrientos, 2014) determina ventajas cuando se trabaja con problemas:

*-Trabajar en el aula como lo hacen los científicos y los técnicos: primero identificar / enfocarse en el problema para luego plantear hipótesis, y posibles líneas de trabajo.*

*---Contribuir a formar ciudadanos científicamente (y tecnológicamente) alfabetizados.*

*---Aumenta la autoestima (de alumnos y de docentes).*

*---Trabajar con problemas contextualizados, y mensurar lo que ocurre en actividades humanas.*

*---Promueve la participación en clase: preguntar, contradecir, discutir. "Enseñen a los niños a ser preguntones, para que, pidiendo el porqué de lo que se les mande hacer; se acostumbren a obedecer la razón, no a la autoridad como los limitados, no a la costumbre como los estúpidos". Simón Rodríguez.*

*---Ayuda a mejorar la expresión escrita y oral, por tener que hacerse entender argumentando sus pensamientos.*

*---Entrena al alumno a posicionarse frente a un problema (estructura lógica y operativa particular), necesaria para el desempeño laboral con paulatino aumento de grado de responsabilidad.*

*---Facilita la integración de contenidos. Algunos planteos muy bien llevados adelante por docentes con neta aplicación constructivista y resolución de problemas encaran la mayoría de los contenidos de la materia con 3 o 5 problemas que desarrollan en la mayor parte del año. Como referencia en enseñanza de matemática hay variedad de libros y apuntes que indican cómo llevar adelante secuencias didácticas para varios contenidos por etapas y/o simultáneamente.*

*---Facilita la apropiación del saber, por participación activa del alumno.*

*---Estimula la imaginación.*

*---Permite mayor integración social.*

### **Algunas sugerencias hechas por quienes tienen éxito en resolver problemas:**

Además del Método de Cuatro Pasos de Polya nos parece oportuno presentar en este apartado una lista de sugerencias hechas por estudiantes exitosos en la solución de problemas:

- 1.- Acepta el reto de resolver el problema.
- 2.- Reescribe el problema en tus propias palabras.
- 3.- Tómate tiempo para explorar, reflexionar, pensar...
- 4.- Habla contigo mismo. Hazte cuantas preguntas creas necesarias.
- 5.- Si es apropiado, trata el problema con números simples.
- 6.- Muchos problemas requieren de un período de incubación. Si te sientes frustrado, no dudes en tomarte un descanso -el subconsciente se hará cargo-. Después inténtalo de nuevo.

- 7.- Analiza el problema desde varios ángulos.
- 8.- Revisas tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar
- 9.- Muchos problemas se pueden de resolver de distintas formas: solo se necesita encontrar una para tener éxito.
- 10.- No tenga miedo de hacer cambios en las estrategias.
- 11.- La experiencia en la solución de problemas es valiosísima. Trabaje con montones de ellos, su confianza crecerá.
- 12.- Si no estás progresando mucho, no vaciles en volver al principio y asegurarte de que realmente entendiste el problema. Este proceso de revisión es a veces necesario hacerlo dos o tres veces ya que la comprensión del problema aumenta a medida que se avanza en el trabajo de solución.
- 13.- Siempre, siempre mira hacia atrás: Trata de establecer con precisión cuál fue el paso clave en tu solución.
- 14.- Ten cuidado en dejar tu solución escrita con suficiente claridad de tal modo puedas entenderla si la lees 10 años después.
- 15.- Ayudar a que otros desarrollen habilidades en la solución de problemas es una gran ayuda para uno mismo: No les des soluciones; en su lugar provéelos con sugerencias significativas.
- 16.- ¡Disfrútalo! Resolver un problema es una experiencia significativa.

## **Reflexión**

El proceso tecnológico requiere que los estudiantes que se forman en la educación superior, estén en capacidad de competir a nivel nacional e internacional para poder enfrentar al proceso de globalización, y una forma de lograrlo es propiciando su sólida formación en las ciencias básicas.

Los medios educativos actuales se encuentran en constante transformación debido a la modernización y adaptación al mundo globalizado para lo cual se incorporan nuevas estrategias para la enseñanza de las matemáticas.

Las características de una clase no convencional es que deben enfocarse a una integración crítica, donde se defina el qué, por qué y para qué de su incorporación y aprovechamiento. (Yolanda Haydeé Montero\*, 2015), señalan que “Una buena parte de los contenidos de la asignatura Métodos Numéricos son de naturaleza procedimental, en ocasiones los estudiantes no sólo experimentan dificultades para la comprensión y aplicación de los algoritmos numéricos, sino que reducen el aprendizaje de estos procedimientos a procesos rutinarios basados en la mecanización y la memorización, minimizando el razonamiento lógico, el pensamiento creativo, la búsqueda de soluciones, la crítica y el procesamiento y análisis de la información”. En tal sentido (Pereira, Características de una clase de derivada no convencional, 2013), afirma que el uso cada día mayor de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el ámbito educativo obliga a Docentes y Estudiantes a prepararse de modo efectivo en estos nuevos entornos, lo que constituye una revolución en los métodos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, estudios internacionales como (Almenara, 2007), (PISA, Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos OCDE, 2009) dejan entrever que, pese a los esfuerzos de propiciar nuevos entornos de enseñanza y aprendizaje, aún existe bajo rendimiento académico<sup>1</sup> en conocimientos matemáticos que experimentan varios países

latinoamericanos (Argentina, Brasil, Colombia). Por lo que se puede inferir que, en Venezuela, aunque no sea un país participante, por ser latinoamericano podría ubicarse dentro de estos niveles; de hecho, ya en investigaciones nacionales realizadas anteriormente.

En vista de las dificultades presentes en la educación matemática a nivel universitario cada vez son más los investigadores abocados al intento por encontrar una solución viable a lo que ya se ha convertido en un problema a nivel mundial; a su vez muchos de esos trabajos han estado dirigidos de una u otra forma al uso de la tecnología como medio para la enseñanza de la matemática a nivel universitario.

## **CONCLUSIONES**

Es interesante señalar que la solución de un problema no es un hecho aislado, su énfasis en considerar otros problemas similares ya resueltos no solo da a la analogía un papel fundamental, sino que con esto propone un contexto metodológico en donde los objetos son los problemas y sus métodos, y debe ser la actividad primordial del docente intentar sistematizarla para proponerla como un recurso didáctico en la enseñanza del cálculo.

Se propone aplicar el método Pólya en el aprendizaje de Cálculo. Actualmente en la universidad ECOTEC, existe la percepción de los estudiantes de que las matemáticas son difíciles y esto se agrava en la resolución de problemas aplicadas a la realidad empresarial. Las matemáticas mismas es una ciencia intensamente dinámica y cambiante, así como cuenta con una concepción profunda. Todo ello hace parecer que la actividad de cálculo matemático no es algo de abordaje sencillo. Sin embargo, se debe analizar que los estudiantes, deben poseer conocimientos previos, y aprovechando sus intereses, motivaciones y realidad de su entorno, utilizando el método pedagógico adecuado optimizar el aprendizaje de Cálculo matemático.

El método Pólya dentro de la enseñanza y el aprendizaje de Cálculo ayudara a despertar el interés en el estudiante y disminuir el temor al momento de resolver problemas matemáticos lo cual es un reto para el docente, porque constituye un proceso continuo que se enriquece a través de la práctica y ejercitación de problemas en matemática.

## **RECOMENDACIONES**

1. Proponer principalmente a los docentes de Cálculo la utilización y enseñanza de la estrategia de Pólya como herramienta para facilitar la resolución de problemas matemáticos y que los docentes busquen nuevas alternativas metodológicas, que sean principalmente significativas y aplicables en la vida.

2. Se debe elaborar ejercicios y problemas de aplicación sobre Cálculo Diferencial e Integral acorde al contexto y nivel intelectual de los estudiantes, pero siempre enfocados a trabajar la estrategia de Pólya, creando un ambiente favorable en el que el estudiante experimente la suficiente confianza en sí mismo, en la resolución de un problema y que satisfactoriamente logre un avance significativo.

3. Se debe aplicar estrategias en la resolución de problemas con el objeto de disminuir el temor hacia Calculo; tratando de evitar actividades didácticas no entendibles para no provocar frustración en los estudiantes, de lo contrario no se logrará lo esperado en esta área, ya que al escuchar los criterios de los estudiantes se podrá brindar una mejor orientación e incentivar en ellos el interés y la pasión por el estudio, específicamente en el área de Calculo por medio de la estrategia de Pólya.

4. Que los docentes empleen métodos prácticos, creativos e innovadores que faciliten el aprendizaje de conceptos, y generar en el estudiante expectativas para lograr un dominio y seguridad en la resolución de problemas matemáticos.

## BIBLIOGRAFÍA

(s.f.).

Aliseda, A. (2012). *HEURÍSTICA, HIPÓTESIS Y DEMOSTRACIÓN EN MATEMÁTICAS*". Obtenido de [www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/atocha.htm](http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/atocha.htm)

Almenara, J. C. (2007). Las necesidades de las TIC en el ámbito educativo: oportunidades, riesgos y necesidades. *Tecnología y Comunicación Educativa*, 1-16.

Barrientos, J. R. (Noviembre de 2014). *Ventajas a la hora de trabajar con problemas*. Obtenido de [rbarr22.blogspot.com/2014/11/5-ventajas-la-hora-de-trabajar-con.html](http://rbarr22.blogspot.com/2014/11/5-ventajas-la-hora-de-trabajar-con.html).

Godino, J. D. (Septiembre de 2010). PERSPECTIVA DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO DICIPLINA TECNOCIENTIFICA. *PERSPECTIVA DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO DICIPLINA TECNOCIENTIFICA*.

Liliana Bronzina, G. C. (2009). *Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Santiago de Chile: Impreso por Salesianos Impresores S.A. .

López Serentill, P. (22 de Abril de 2010). Estudio de la resolución de problemas matemáticos con alumnos recién llegados de Ecuador en Secundaria. *Tesis Doctorals en Xarxa*. Barcelona , España: Universitat de Barcelona. Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica.

Martínez, A. I. (2011). La Inteligencia Creativa. *Publicaciones Estudiantiles*.

MARTINEZ, S. B. (Enero de 2015). "MÉTODO PÓLYA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS. Huehuetenango, Guatemala: UNIVERSIDAD RAFAEL LANDÍVAR.

Miller, C. (2010). *Matemáticas: Razonamiento y Aplicación*.

Pereira, R. E. (6 al 8 de Noviembre de 2013). Características de una clase de derivada no convencional. *Publicacion de Congreso de Educacion Matematica de America Central y El Caribe*. Santo Domingo, Republica Dominicana: Departamento de Formación General y Ciencias Básicas, Universidad Simón Bolívar.

Pereira, R. E. (6 al 8 de Noviembre de 2013). *Características de una clase de derivada no convencional*. Obtenido de <http://ciaem-redumate.org/memorias-icemacyc/361-402-2-DR-C.pdf>

Pérez, M. B. (2009). *Dificultades Específicas del Aprendizaje de las Matemáticas en los primeros años de escolaridad: detección precoz y características evolutivas*. Madrid: Subdirección General de Documentación y Publicaciones.

PISA. (s.f.).

PISA. (2009). *Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos OCDE*. Madrid: SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL DIRECCIÓN GENERAL DE EVALUACIÓN Y COOPERACIÓN TERRITORIAL.



- PISA. (2012). *Programa para la evaluación internacional de Alumnos OCDE*. PISA.
- Poggioli, L. (1999). ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. *calidad de la Educación*, 74. Obtenido de [https://spratfau.files.wordpress.com/.../biblio\\_estrategias-de-resolucic3b3n-de-problem...](https://spratfau.files.wordpress.com/.../biblio_estrategias-de-resolucic3b3n-de-problem...)
- Poyla, G. (1971). *How to solve it. A New Aspect Of Mathematical Method*. Mexico: Universidad de Stanford. Trillas.
- Poyla, G. (2014). *How to Solve It A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University. ... Princeton, New Jersey 08540 USA.
- Salinas, P., & Alanís, J. A. (2009). HACIA UN NUEVO PARADIGMA EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DENTRO DE UNA. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 355-382.
- SCHOENFELD, A. (1985). *Resolución de problemas matemáticos*. Academic Press.
- Silva. (2006). [https://www.google.com.ec/search?q=Mej%C3%ADas%2C+L.+%282006%29+El+m%C3%A9todo+de+la+resoluci%C3%B3n+de+problemas+matem%C3%A1ticos+de+adici%C3%B3n+y+sustracci%C3%B3n.+Investigaci%C3%B3n+en+matem%C3%A1tica+educativa%2C+2&rlz=1C1CHZL\\_esEC688EC688&o](https://www.google.com.ec/search?q=Mej%C3%ADas%2C+L.+%282006%29+El+m%C3%A9todo+de+la+resoluci%C3%B3n+de+problemas+matem%C3%A1ticos+de+adici%C3%B3n+y+sustracci%C3%B3n.+Investigaci%C3%B3n+en+matem%C3%A1tica+educativa%2C+2&rlz=1C1CHZL_esEC688EC688&o).
- TATIANA GÓMEZ RODRÍGUEZ, O. P. (10 de Julio de 2015). LA ACTIVIDAD LUDICA COMO ESTRATEGIA PEDAGOGICA PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LOS NIÑOS DE LA INSTITUCION EDUCATIVA NIÑO JESUS. IBAGUÉ - TOLIMA, Colombia.
- Yadira ÁLVAREZ, M. R. (25 de Junio de 2010). *Revista de Pedagogía, Vol. 31, Nº 89, Escuela de Educación Universidad Central de Venezuela*. Obtenido de <http://www.scielo.org.ve/pdf/p/v31n89/art02.pdf>
- Yolanda Haydeé Montero\*, M. E. (2015). Caracterización de las actitudes de estudiantes universitarios de Matemática hacia los métodos numéricos. *Revista electronica de investigacion educativa*.